Разбор задачи «Наша Таня громко плачет»

Если $k = 1$, то ответ на задачу, очевидно, $(n-1) \cdot A$, в противном случае будем жадно уменьшать количество файлов жадно.

В каждый момент времени мы можем находиться в одной из трёх ситуаций:

1. Если $n < k$, то нам ничего не остается, кроме как $n - 1$ раз уменьшить число за A, мы можем сделать это за $O(1)$ формулой.

2. Если $n > k$ и n не кратно k, то нам ничего не остается, кроме как $(n \, mod \, k)$ уменьшить число за A, эту часть тоже можно сделать за $O(1)$ формулой.

3. Если n кратно k, то нам всегда выгодно сделать переход к $\frac{n}{k}$ за $min(B, (n - \frac{n}{k}) \cdot A)$. Если $B < (n - \frac{n}{k}) \cdot A$ корректность очевидна. Иначе предположим мы не сделали переход к $\frac{n}{k}$ сейчас, а сделали его на отрезке $(\frac{n}{k}; n)$ из числа $n - i \cdot k$, тогда мы заплатили $min(B, (n - i \cdot k - \frac{n}{k} + i) \cdot A) + i \cdot k \cdot A$. Это $(n - i \cdot k - \frac{n}{k} + i) \cdot A + i \cdot k \cdot A = (n - \frac{n}{k}) \cdot A - i \cdot (k-1) \cdot A + i \cdot k \cdot A = (n - \frac{n}{k}) \cdot A + i \cdot A$ или $B + i \cdot k \cdot A$, что не выгоднее перехода сразу к $\frac{n}{k}$ и последующему спуску к числу $\frac{n}{k} - i$. Данный переход тоже делается за $O(1)$.

Поскольку в каждой ситуации мы можем побывать не более $\log_k n$ раз асимптотика решения $O(\log_k n)$.